



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu : CZ.1.07/1.5.00/34.0556

Šablona : IV/2 = Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji
matematické gramotnosti žáků SŠ

Tematická oblast : Analytická geometrie

Dílčí téma : parametrické vyjádření přímky a roviny v prostoru

Pracovní listy a řešení

VY _ 42_INOVACE_RI_MA_32

Autor : Mgr. Šárka Říhová

Škola : SPŠ a VOŠ Příbram

Parametrické vyjádření přímky a roviny v prostoru

1) Zapište parametricky přímku A [2 ; -3 ; 5] B [1 ; 4 ; 6]

2) Zapište parametricky rovinu, která prochází bodem C [2; 5; -3] a přímkou z př. č. 1

3) Zapište parametricky rovinu ABC: A [-2; 0; 3] B [7; 1; -4] C [2; 2; 5]

4) Zapište parametricky rovinu, ve které leží přímka a: $x = 3 + 2t$, $y = -4 - t$, $z = 2 + 5t$
a je rovnoběžná s přímkou: b: $x = 5 - 5s$, $y = 8 + 2s$, $z = 2 - s$

5) Zjistěte, zda body K [3; 13; 3] a L [1; 7; 3] leží v rovině : $x = 3 + 2t - s$
 $y = -4 - t + 9s$
 $z = 2 + 5t - 2s$

Parametrické vyjádření přímky a roviny v prostoru - řešení

1) Zapište parametricky přímku A [2 ; -3 ; 5] B [1 ; 4 ; 6]

Potřebujeme bod a vektor rovnoběžný(směrový)

body máme dva – použijeme např. A a měrový vektor $\overrightarrow{AB} = (-1; 7; 1)$ tedy: $x = 2 - t$
 $y = -3 + 7t$
 $z = 5 + t$

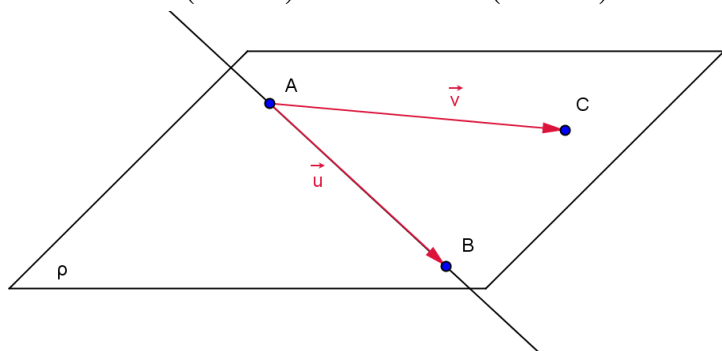
2) Zapište parametricky rovinu ρ , která prochází bodem C [2; 5; -3] a přímkou z př. č. 1

Potřebujeme bod - např. C a 2 vektory (směrové) rovnoběžné s rovinou. **POZOR!** Tyto vektory nesmí být navzájem rovnoběžné. Jeden vektor je v zápisu přímky (\overrightarrow{AB}) a druhý použijeme např.

$\overrightarrow{AC} : \vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-1; 7; 1) \quad \vec{v} = \overrightarrow{AC} = (0; 8; -8)$

tedy:

$$\begin{aligned} x &= 2 - t \\ y &= 5 + 7t + 8s \\ z &= -3 + t - 8s \end{aligned}$$



3) Zapište parametricky rovinu ABC: A [-2; 0; 3] B [7; 1; -4] C [2; 2; 5]

Potřebujeme jeden bod- použijeme např. C a dva vektory s danou rovinou rovnoběžné (mohou ležet přímo v dané rovině) – např. $\overrightarrow{AB} = (9; 1; -7)$ a $\overrightarrow{AC} = (4; 2; 2)$

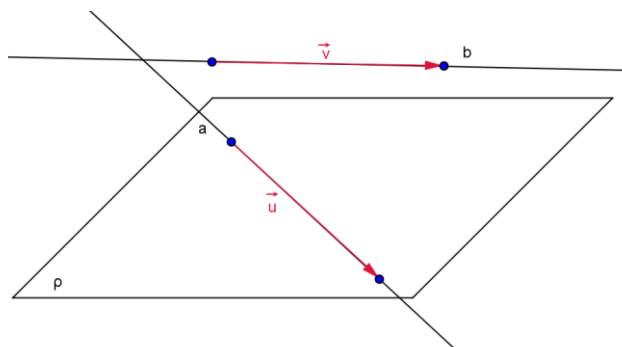
Tedy : $x = 2 + 9t + 4s$
 $y = 2 + t + 2s$
 $z = 5 - 7t + 2s$

4) Zapište parametricky rovinu, ve které leží přímka a: $x = 3 + 2t$, $y = -4 - t$, $z = 2 + 5t$
 a je rovnoběžná s přímkou: b: $x = 5 - 5s$, $y = 8 + 2s$, $z = 2 - s$

Potřebujeme jeden bod roviny – použijeme bod z přímky a : [3; -4; 2]

Dále potřebujeme 2 směrové vektory – ty můžeme opsat ze zadání, jelikož jeden v rovině přímo leží – vektor z přímky a, vektor z přímky b je s rovinou rovnoběžný. Navzájem tyto vektory NEJSOU rovnoběžné – lze je použít jako vektory směrové požadované roviny:

$$\begin{aligned} x &= 3 + 2t - 5s \\ y &= -4 - t + 2s \\ z &= 2 + 5t - s \end{aligned}$$



5) Zjistěte, zda body K [3; 13; 3] a L [1; 7; 3] leží v rovině : $x = 3 + 2t - s$
 $y = -4 - t + 9s$
 $z = 2 + 5t - 2s$

Bod leží v dané rovině tehdy, když existují takové parametry s, t, které vyhovují soustavě rovnic tvořící zápis roviny. **Za x, y, z dosadíme bod K:**

I: $3 = 3 + 2t - s$ Máme soustavu 3 rovnic o 2 neznámých, kterou budeme řešit.
 II: $13 = -4 - t + 9s$ Vyjádříme jednu neznámou (např. t z II rovnice) a dosadíme
 III: $3 = 2 + 5t - 2s$ do dalších dvou rovnic.

 $t = -4 - 13 + 9s$
 $t = 9s - 17$ dosadíme do I: $3 = 3 + 18s - 34 - s$
 $34 = 17s$
 $s = 2$

dosadíme do III: $3 = 2 + 45s - 85 - 2s$
 $1 + 85 = 43s$
 $s = 2$

s existuje, zjistíme t. Dosadíme s = 2 do rovnice I, II, III:

do I : $0 = 2t - s$
 $s = 2t$ $t = 1$

do II : $13 = -4 - t + 18$
 $-5 + 4 = -t$ $t = 1$

do III . $3 = 2 + 5t - 4$
 $7 - 2 = 5t$ $t = 1$

Neznámé (parametry) s, t vyhovují všem rovnicím, to znamená, že **bod K v rovině leží.**

Nyní dosadíme bod L:

I: $1 = 3 + 2t - s$ Máme soustavu 3 rovnic o 2 neznámých, kterou budeme řešit.
 II: $7 = -4 - t + 9s$ Vyjádříme jednu neznámou (např. t z I rovnice) a dosadíme
 III: $3 = 2 + 5t - 2s$ do dalších dvou rovnic.

 I: $s = 2 + 2t$ dosadíme do II: $11 = -t + 18 + 18t$
 $-7 = 17t$
 $t = -\frac{7}{17}$

dosadíme do III.: $1 = 5t - 4 - 4t$
 $5 = t$

Z každé rovnice vyšla jiná hodnota t, to znamená, že **bod L v dané rovině neleží.**