



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0556

Tematická oblast: Analytická geometrie

Dílčí téma: průsečík dvou přímek v rovině

Výukový materiál Test Pracovní listy a řešení

VY \_ 42 \_ INOVACE \_ RI \_ MA \_ 29

Autor : Mgr. Šárka Říhová

Škola : SPŠ a VOŠ Příbram

Průsečík dvou přímek

v rovině

Jsou-li dvě přímky v rovině různoběžné, mají jeden společný bod – **PRŮSEČÍK**.

Výpočet tohoto bodu **záleží na zadání přímek**. Nevyhovuje-li nám zvolené zadání přímek, umíme si je převést na **obecné rovnice** přímek, se kterými se pracuje **asi nejjednodušeji**.

**1) Obě přímky jsou zadané obecnou rovnicí.**

**Př. 1:** Určete vzájemnou polohu přímek a vypočítejte případné společné body:

$$p: x - 5y - 13 = 0 \quad q: x + 2y + 1 = 0$$

Z normálových vektorů  $(1; -5)$  a  $(1; 2)$  jsme vyčetli, že přímky **nejsou rovnoběžné** – jsou tedy **různoběžné** a musí mít jeden společný bod – **průsečík**.

Nazvěme jej  $P = [x; y]$

Tento bod  $P$  leží jak na přímce  $p$ , tak i na přímce  $q$ , tedy jeho souřadnice  $x, y$  musí vyhovovat oběma rovnicím. Stačí jen vyřešit soustavu těchto dvou rovnic o neznámých  $x$  a  $y$ .

Je úplně jedno, zda použijeme **dosazovací**, či **sčítací** metodu.

$$x - 5y - 13 = 0$$

$$x + 2y + 1 = 0 \quad / \cdot (-1)$$

vynásobíme 2.rovnicí (-1)

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ x - 5y - 13 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x - 2y - 1 = 0 \\ \text{-----} \end{array}$$

sečteme

$$-7y - 14 = 0$$

$$-7y = 14$$

$$y = -2$$

dopočteme např. z 2. rovnice x:

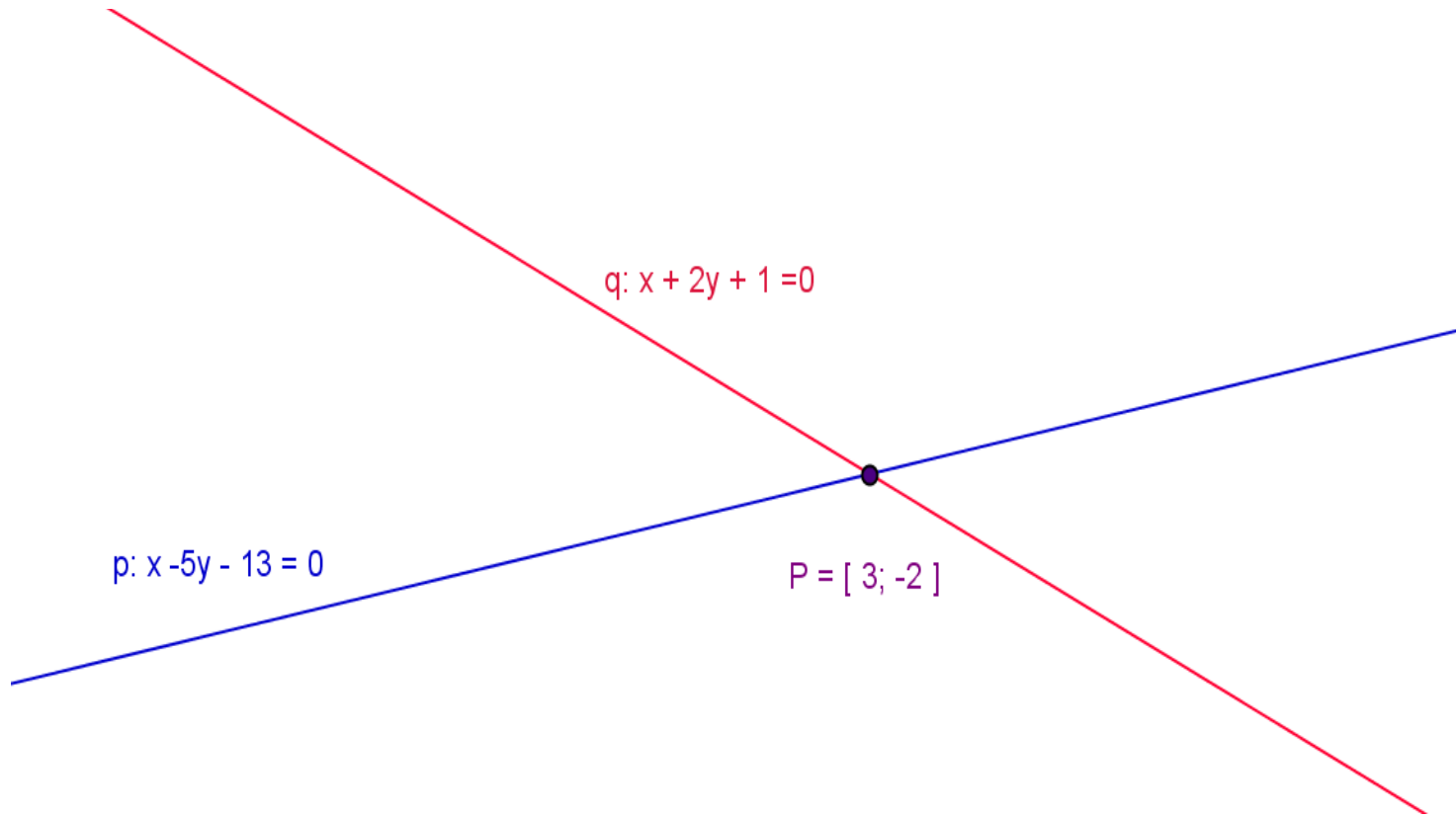
$$x - 4 + 1 = 0$$

$$x = 3$$

Průsečík těchto dvou přímek je:

$$P = [3; -2]$$

# Náčrtek:



## 2) Jedna přímka je zadána **obecnou** rovnicí a **druhá** **parametricky**.

### Př.2:

Určete vzájemnou polohu přímek a vypočítejte případné společné body:

$$p : x - 5y - 13 = 0 \quad q : x = 5 + 2t$$

$$y = -3 - t$$

vypíšeme si vektory

$$\vec{n}_p = (1; -5)$$

*kolmý*

$$\vec{u}_q = (2; -1)$$

rovnoběžný

**Vektory nejsou** navzájem **kolmé** (jejich skalární součin není 0), to znamená, že přímky **nejsou rovnoběžné** – **jsou** tedy **RŮZNOBĚŽNÉ** a mají jeden společný bod – **průsečík**.

Nechceme-li převádět parametrické vyjádření na obecnou rovnici, postupujeme takto:

Dosadíme parametrické vyjádření přímky do obecné rovnice:  $p: x - 5y - 13 = 0$   $q: x = 5 + 2t$

$$y = -3 - t$$

$$5 + 2t - 5(-3 - t) - 13 = 0$$

vypočítáme parametr  $t$

$$5 + 2t + 15 + 5t - 13 = 0$$

$$7 + 7t = 0$$

$$t = -1$$

Nyní parametr dosadíme zpět do parametrického vyjádření a tím získáme velikost souřadnic  $x, y$  společného bodu  $P$ .

$$x = 5 + 2 \cdot (-1) = 3$$

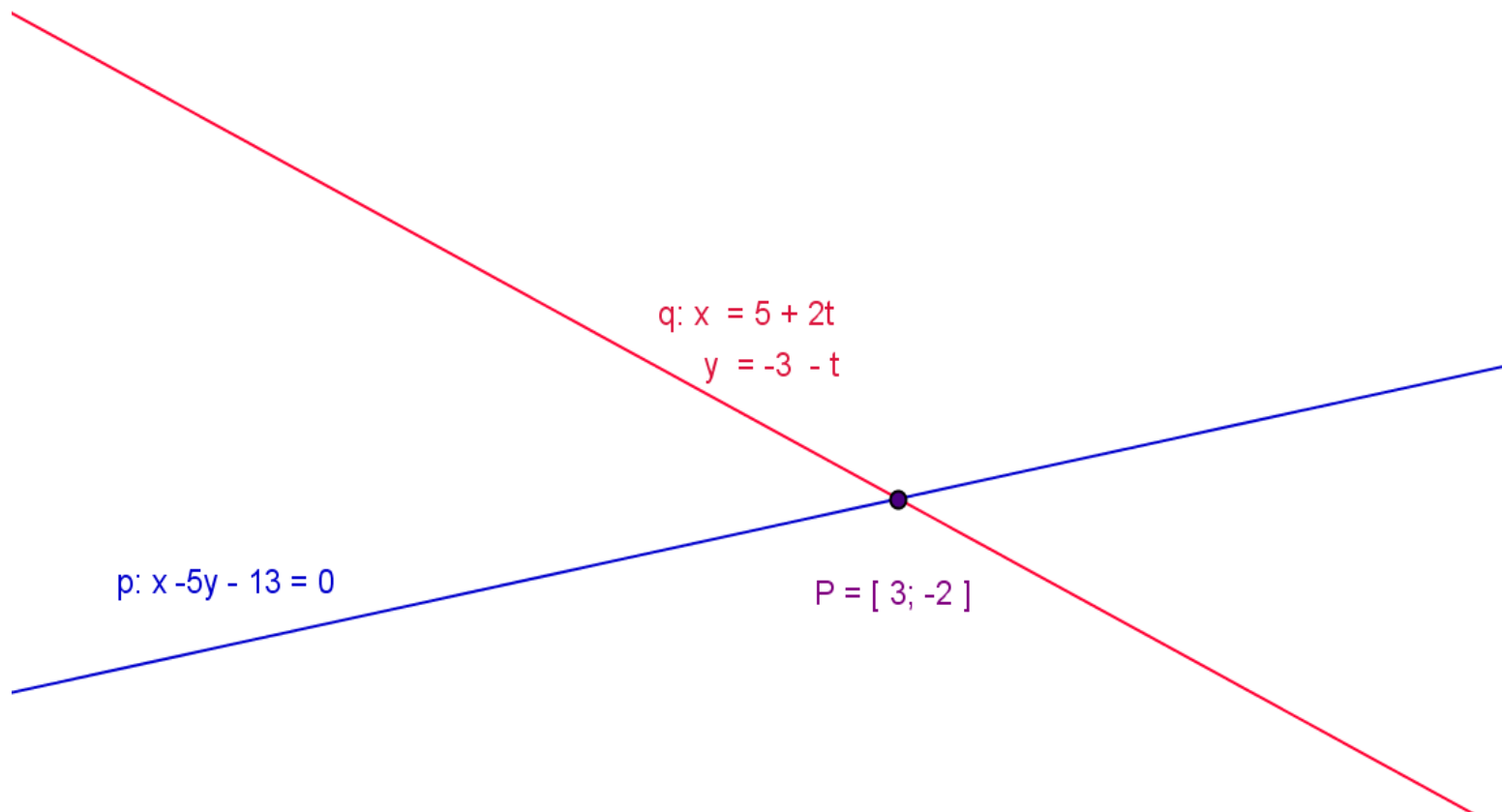
$$y = -3 - (-1) = -2$$

Průsečík těchto dvou přímek je:

$$P = [3; -2]$$



# Náčrtek:



### 3) Obě přímky jsou zadány **parametricky**

**Př.3:** Určete vzájemnou polohu přímek a vypočítejte případné společné body:

$$\begin{aligned} p : x &= 8 + 5t \\ y &= -1 + t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q : x &= 5 + 2s \\ y &= -3 - s \end{aligned}$$

Ze směrových vektorů  $(5;1)$  a  $(2;-1)$  jsme vyčetli, že přímky **nejsou rovnoběžné** – **jsou** tedy **různoběžné** a musí mít jeden společný bod – **průsečík**.

Nazvěme jej  $P = [x;y]$ .

Nechceme-li převádět na obecné rovnice, postupujeme takto:

Souřadnice průsečíku  $x,y$  leží na obou přímkách, můžeme tedy „dát přímky do rovnosti“

$$8 + 5t = 5 + 2s$$

$$-1 + t = -3 - s \quad / \cdot 2 \quad \text{2. rovnici např. vynásobíme 2}$$

-----

Tímto nám vznikly dvě rovnice o dvou neznámých  $s$  a  $t$ . Soustavu budeme řešit. Stačí nám vyřešit jen jednu z nich, jelikož dosadit musíme jen do jednoho zadání přímky.

$$8 + 5t = 5 + 2s$$

$$-2 + 2t = -6 - 2s$$

sečteme

-----

$$6 + 7t = -1$$

$$7t = -7$$

$$t = -1$$

Nyní dosadíme do zadání za  $t = -1$

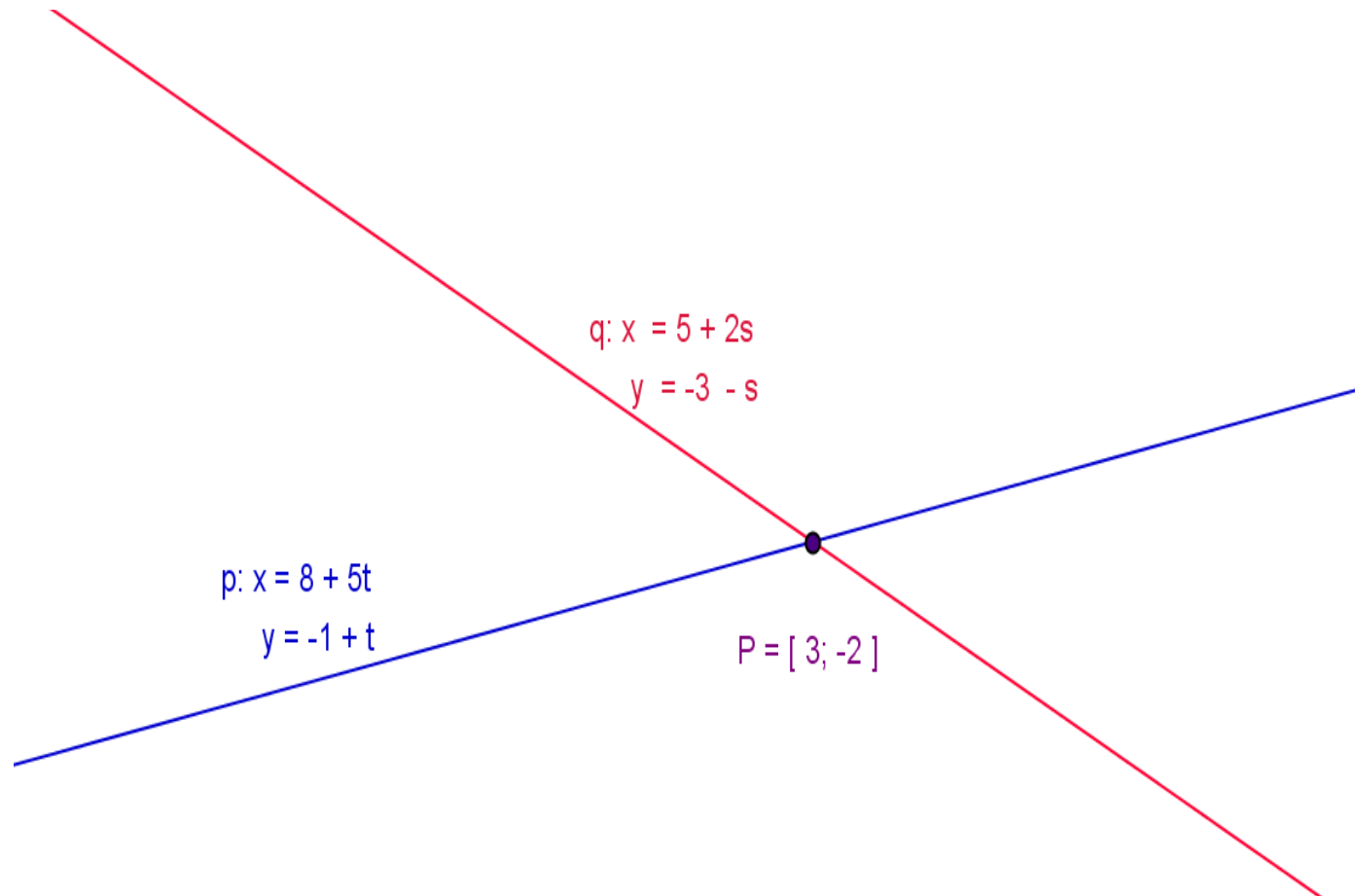
$$x = 8 + 5 \cdot (-1) = 3$$

$$y = -1 - 1 = -2$$

Průsečík těchto dvou přímek je:

$$P = [3; -2]$$

# Náčrtek:



Otázka :

Co by se stalo, když bychom nevypočítali parametr **t**, ale parametr **s**?

Jaký by nám vyšel průsečík?

Ověřte.