



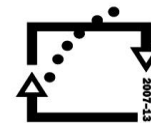
evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0556

Tematická oblast: Analytická geometrie

Dílčí téma: rovina zadaná třemi body

Výukový materiál

VY _ 42 _ INOVACE _ RI _ MA _ 18

Autor : Mgr. Šárka Říhová

Škola : SPŠ a VOŠ Příbram

Obecná rovnice roviny

zadané 3 body

Potřebujeme-li obecnou rovnici roviny zadanou 3 body , máme 2 možnosti:

- a) **Zapíšeme ji parametricky a převedeme** na obecnou rovnici – **již umíme**.
- b) **Zapíšeme obecnou rovnici rovnou**.
Normálový vektor roviny však z daných bodů nedostaneme, budeme tedy muset **DOSAZOVAT VŠECHNY 3 BODY**.
- ❖ **POZOR!!!** Tato situace **NUTNĚ** vyžaduje bezpečnou znalost řešení soustav rovnic.
- ❖ **Bez těchto znalostí úlohu řešit nelze!!!**

Postupujeme takto:

1) Postupně dosadíme do rovnice roviny:

$$ax + by + cz + d = 0$$

všechny 3 body – máme **SOUSTAVU 3 ROVNIC** .

❖ **PROBLÉM**

3 rovnice a **4 NEZNÁMÉ** (a ,b, c, d) !!!

To řešit neumíme!

❖ **ALE !!!** a, b, c jsou složky **JAKÉHOKOLIV** vektoru kolmého. To znamená, že si **jednu** z nich **mohu zvolit** a další dopočítáme.

- 2) Soustavu řešíme stejně, jako by byly neznámé jen tři.
- 3) V závěrečné rovnici nám tedy zbudou 2 NEZNÁMÉ !!!
- 4) Jednu z nich „vhodně“ ZVOLÍME (ne nulu!) a zbývající neznámé dopočítáme.
- 5) Zapíšeme OBECNOU ROVNICI ROVINY.

Př. Zapište obecnou rovnici roviny ABC:

$$A = [1; -2; 3] \quad B = [3; 0; -4] \quad C = [4; -1; 5]$$

Postupně dosadíme všechny 3 body do rovnice:

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$(1) \quad A : a - 2b + 3c + d = 0$$

$$(2) \quad B : 3a - 4c + d = 0 \quad \Rightarrow d = 4c - 3a$$

$$(3) \quad C : 4a - b + 5c + d = 0$$

Máme soustavu 3 rovnic o **neznámých** a, b, c, d
Z (2) vyjádříme d a dosadíme do (1) a (3).

$$(1): a - 2b + 3c + 4c - 3a = 0$$

$$(3): 4a - b + 5c + 4c - 3a = 0$$

rovnice zjednodušíme

$$(1): -2a - 2b + 7c = 0$$

(3) vynásobíme -2

$$(3): a - b + 9c = 0 \quad / \cdot (-2)$$

$$(1): -2a - 2b + 7c = 0$$

sečteme

$$(3): -2a + 2b - 18c = 0$$

$$-4a - 11c = 0$$

VOLÍME např.:

$$c = 4$$

$$-4a = 11c$$

$$a = -\frac{11c}{4}$$

tedy:

$$a = -11$$

Z jedné rovnice (3) vyjádříme b: (3): $a - b + 9c = 0$

$$\Rightarrow -b = -a - 9c$$
$$b = a + 9c$$

Dosadíme a, c:

$$a = -11$$

$$c = 4$$

$$b = -11 + 9 \cdot 4 = 25$$

$$b = 25$$

Dopočítáme d – už je vyjádřeno: $d = 4c - 3a$

$$d = 16 + 33 = 49$$

$$d = 49$$

Zapišeme obecnou rovnici roviny:

$$-11x + 25y + 4z + 49 = 0$$

Můžeme se zkontrolovat, zda jsme neudělali nějakou chybu.

- ✓ Postupně **dosadíme** do obecné rovnice všechny **3 body** a pokud je rovnice správná, **musí ji všechny vyhovovat !!**

Zkouška:

Dosadíte do rovnice $-11x + 25y + 4z + 49 = 0$ bod $A = [1; -2; 3]$

$$A : -11 - 50 + 12 + 49 = 0$$

$$0 = 0$$

bod A leží v dané rovině

Dosadte do rovnice $-11x + 25y + 4z + 49 = 0$ bod $B = [3; 0; -4]$

$$B: -33 - 16 + 49 = 0$$

$$0 = 0$$

bod B leží v dané rovině

Dosadte do rovnice $-11x + 25y + 4z + 49 = 0$ bod $C = [4; -1; 5]$

$$C: -44 - 25 + 20 + 49 = 0$$

$$0 = 0$$

bod C leží v dané rovině

Všechny 3 body leží v naší rovině : $-11x + 25y + 4z + 49 = 0$

Neboli:

$$11x - 25y - 4z - 49 = 0$$