



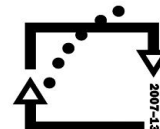
evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0556

Tematická oblast: Analytická geometrie

Dílčí téma: kolmost vektorů

Výukový materiál

VY _ 42 _ INOVACE _ RI _ MA _ 06

Autor : Mgr. Šárka Říhová

Škola : SPŠ a VOŠ Příbram

Kolmost vektorů

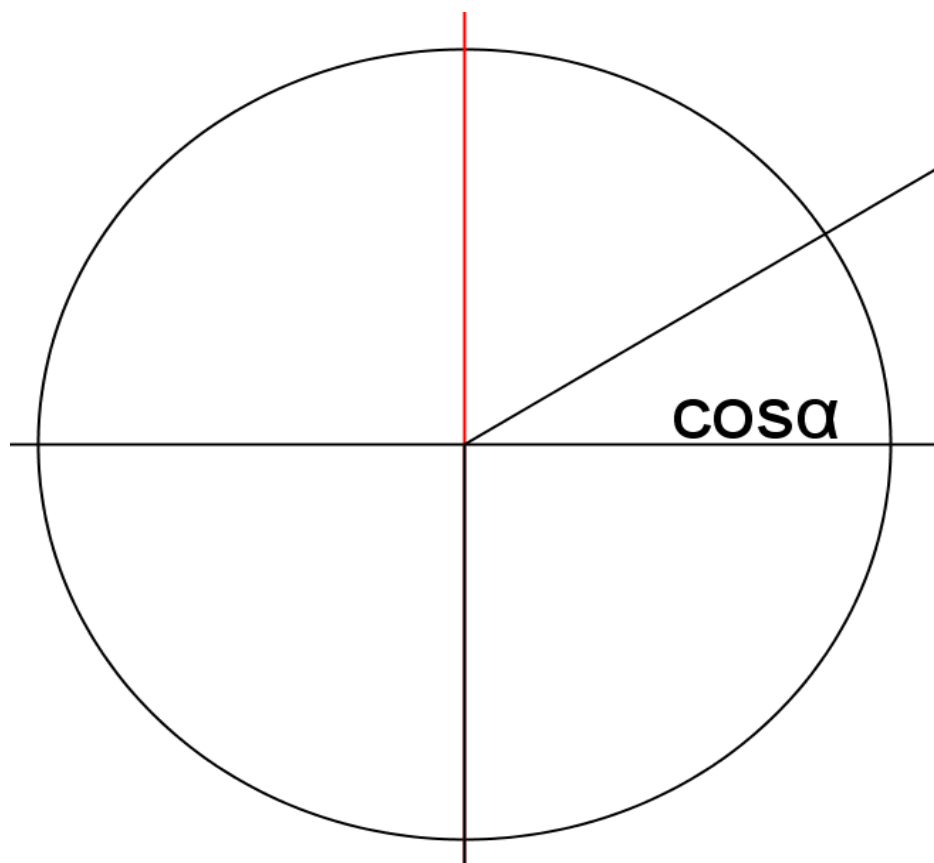
Zapsat **kolmý vektor** na nějaký jiný vektor je úkon, **bez kterého se** v analytické geometrii **neobejdeme**.

Vektory **kolmé svírají úhel 90°**. Pro výpočet úhlu dvou vektorů známe vzorec:

$$\cos \alpha = \frac{u_1 v_1 + u_2 v_2}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

V **čitateli** je **skalární součin** a ve **jmenovateli násobek délek** jednotlivých vektorů

Vzpomeňme na jednotkovou kružnici:



Z kružnice vidíme, že $\cos 90^\circ = 0$

Pro $\cos \alpha$ známe vzorec:

$$\cos \alpha = \frac{u_1 v_1 + u_2 v_2}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

Kdy bude náš zlomek roven nule?

Když čitatel – SKALÁRNÍ SOUČIN = 0

Tedy:

Jsou-li 2 vektory navzájem kolmé, je jejich skalární součin roven nule.

$$u_1 v_1 + u_2 v_2 = 0$$

Protože často budeme potřebovat zapsat vektor **kolmý** na jiný vektor, této skutečnosti využijeme:

Např.:

K vektoru $\vec{a} = (2; -3)$ zapište vektor \vec{b} kolmý, když platí: $\vec{b} = (5; b_2)$.

$$\text{Platí : } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\text{Dosadíme: } 2 \cdot 5 - 3 \cdot b_2 = 0$$

$$-3b_2 = -10$$

$$b_2 = \frac{10}{3}$$

$$\vec{b} = \left(5; \frac{10}{3} \right)$$

Ještě častěji budeme potřebovat zapsat **JAKÝKOLIV** vektor, jen s jedinou podmínkou – že je **KOLMÝ** na jiný vektor.

Např.: Zapište vektor \vec{b} kolmý na vektor $\vec{a} = (2; -3)$

Platí : $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ Tedy : $2b_1 - 3b_2 = 0$

- Máme **jednu rovnici o dvou neznámých**.
- **Jednu** mohu **zvolit** – JAKOUKOLIV !
- A druhou dopočítáme.
- **Ještě jednodušší** to však bude, když si uvědomíme, že chceme-li **při součtu 2 čísel** (a skalární součin je součet 2 čísel) dostat NULU musíme vlastně **ODEČÍST STEJNÁ ČÍSLA!**

Např. $5 - 5 = 0$ $6 - 6 = 0$ $124 - 124 = 0$ atd.

- Stačí tedy jen **změnit pořadí čísel** a u jednoho čísla **změnit znaménko**.
- V našem případě:

$\vec{a} = (2; -3)$ a kolmý vektor $\vec{b} = (3; 2)$

protože: $2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = 0$

$$a_1 b_2 + a_2 b_1 = 0$$

Zapište vektor \vec{d} kolmý k vektoru $\vec{c}(5;-3)$

$$\vec{d}(3;5)$$

Zapište vektor \vec{e} kolmý k vektoru $\vec{f}(-2;-4)$

$$\vec{f}(4;-2)$$