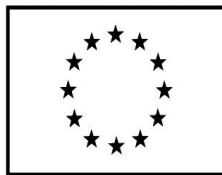




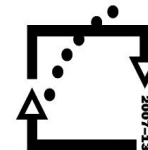
evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0556

Tematická oblast: Analytická geometrie

Dílčí téma: úhel dvou vektorů

Výukový materiál

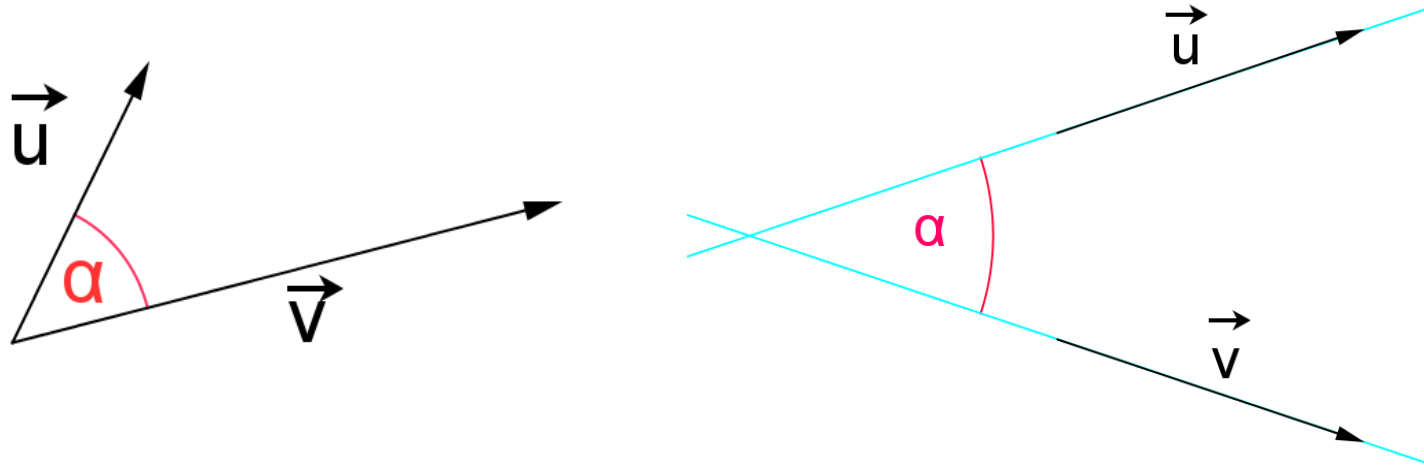
VY _ 42 _ INOVACE _ RI _ MA _ 05

Autor : Mgr. Šárka Říhová

Škola : SPŠ a VOŠ Příbram

Úhel dvou vektorů

Potřebujeme-li zjistit, jaký úhel α svírají dva vektory (ať už mají společný počátek, či ne),



použijeme vzorec (můžeme jej odvodit z kosinové věty):

$$\cos \alpha = \frac{u_1 v_1 + u_2 v_2}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

Přičemž víme, že

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

Např.: vypočítejte úhel vektorů: $\vec{a} = (2; -4)$ a $\vec{b} = (3; 5)$

Dosadíme do vzorce:

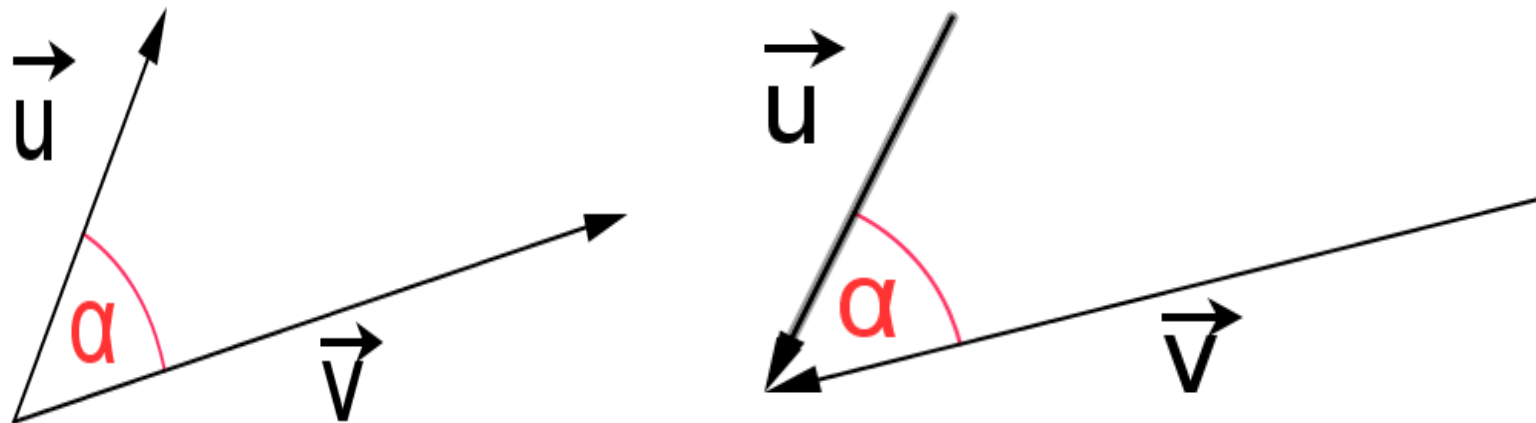
$$\cos \alpha = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{2 \cdot 3 - 4 \cdot 5}{\sqrt{4 + 16} \sqrt{9 + 25}}$$

$$\cos \alpha = \frac{-14}{\sqrt{680}}$$

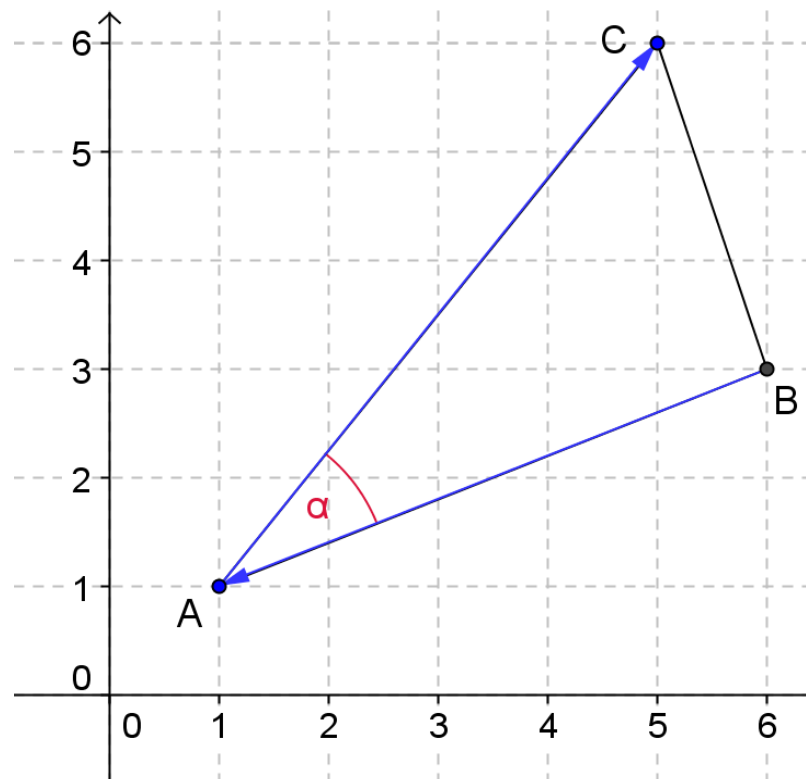
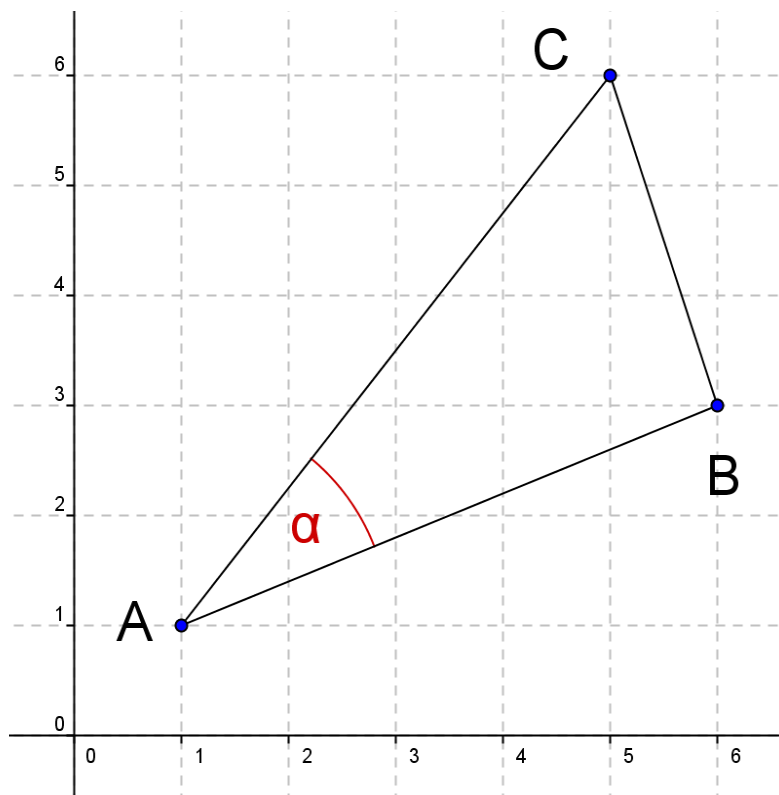
$$\alpha = 122^\circ 28'$$

Pokud chceme vypočítat úhel α dvou vektorů ze svého náčrtku, musíme vždy „**uhlídat**“, aby nám směřovaly obě šipky **k sobě** nebo **obě od sebe**.



Pokud zvolíme „**špatnou orientaci**“ vektorů (**jedna šipka dovnitř a druhá ven**) ,
vypočítáme pak místo požadovaného úhlu, úhel vedlejší – **tedy zbytek do 180°!!!**

Např.: Vypočítejte úhel α v trojúhelníku ABC, který je zadán na obr.:



1) Nejdříve si označíme vektory – a **záměrně** zvolíme „špatnou orientaci“ vektorů:

2) Vypíšeme si souřadnice bodů A, B, C a určíme potřebné vektory:

$$A = [1; 1] \quad B = [6; 3] \quad C = [5; 6] \quad \vec{b} = C - A = (4; 5) \quad \vec{c} = A - B = (-5; -2)$$

3) Zapišeme vzorec a dosadíme do něj:

$$\cos \alpha = \frac{b_1 c_1 + b_2 c_2}{\sqrt{b_1^2 + b_2^2} \cdot \sqrt{c_1^2 + c_2^2}}$$

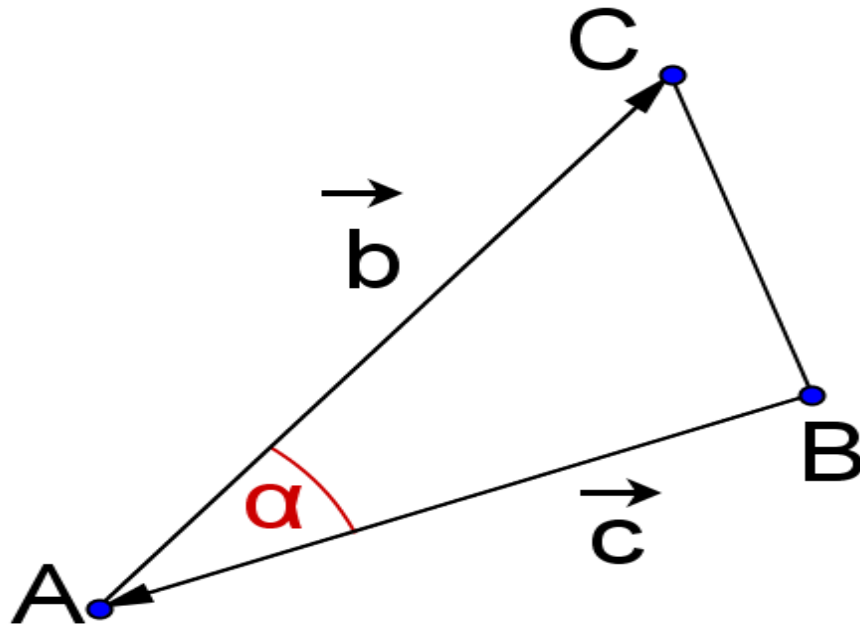
$$\cos \alpha = \frac{4 \cdot (-5) + 5 \cdot (-2)}{\sqrt{16 + 25} \cdot \sqrt{25 + 4}}$$

$$\cos \alpha = \frac{-30}{\sqrt{41 \cdot 29}}$$

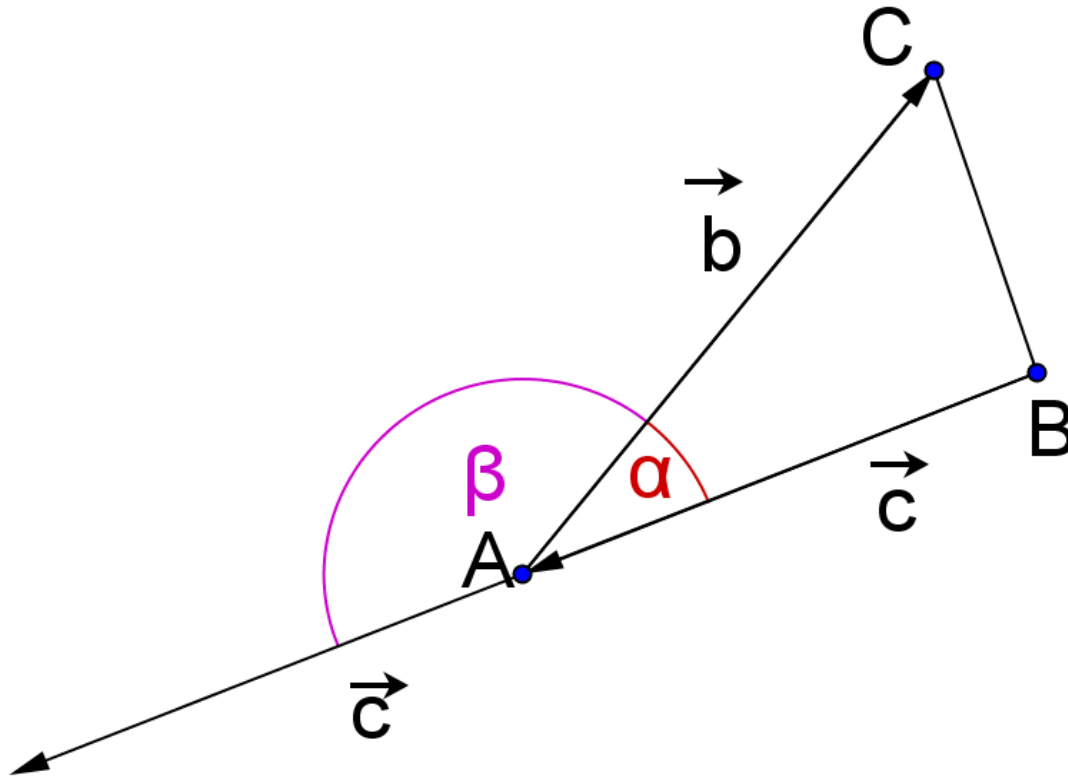
$$\alpha = 150^\circ 28'$$

Z tohoto „výsledku“ již všichni vidíme, že je něco **ŠPATNĚ !!!**
PROČ ???? Zdůvodněte!!!

A nyní se podíváme na obrázek, co jsme vlastně špatným nasměrováním šipky „vyvedli“.



Posuňte vektor tak, aby **oba** vektory měly **počátek v** bodě **A**.



Nyní vidíme, že jsme **nevypočítali** požadovaný vektor α , ale úhel **vedlejší β** !
Uvědomíme-li si svou chybu, lze ji snadno napravit –
od 180° odečteme vypočítanou hodnotu a dostaneme úhel při vrcholu A.

$$\alpha = 180^\circ - \beta$$

$$\alpha = 180^\circ - 150^\circ 28'$$

$$\alpha = 29^\circ 32'$$

Nyní si **správně označte vektory** (např. obě šipky **ven**) a **ověřte** dosazením do vzorce **správnost** našeho předcházejícího výpočtu.